０１２　繊維強化複合材料の応力集中係数の推定に関する研究

［機械工学科５年］永松正樹　増原正樹
［指　導　教　官］原田豊満　橋村真治　中尾哲也

１．緒言

構造物の破壊の起点は，切欠きなどの応力集中部であることが多い．したがって応力集中係数を簡便にしかも精度よく推定できることは重要である．ところで近年多用されている連続繊維強化型ＦＲＰは，直交異方性材料であるため，応力集中係数を簡便かつ精度よく推定することは困難である．

このことを解決するために直交異方性材料の応力集中係数をハンドブック[2]等にまとめられている等方性応力集中係数から簡便に推定する方法が Chiang によって提案され，無限板および半無限板において有効であることが示されている[1]．

そこで本研究では，Chiang が提案した方法を，工業的に重要な有限板に適用することを試み，同時にその適用限界について検討を行った．

２．応力集中係数の推定方法

２．１　直交異方性材料の応力場[3]

直交異方性の主軸を x, y 軸とするとき，直交異方性材料の弾性定数は，E_x, E_y, ν_x, ν_y の４個である．

直交異方性のパラメータ e と g は，これらの弾性定数から，つぎのように求められる．

$$e=\sqrt{E_x/E_y}$$

$$g=\frac{\sqrt{E_xE_y}}{G_{xy}}-2(1+\sqrt{\nu_x\nu_y}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ところで，g=0 の場合，$x_1=x$，$y_1=\sqrt{e}y$ とすれば，x-y 面と x_1-y_1 面の応力成分間につぎの関係がある．

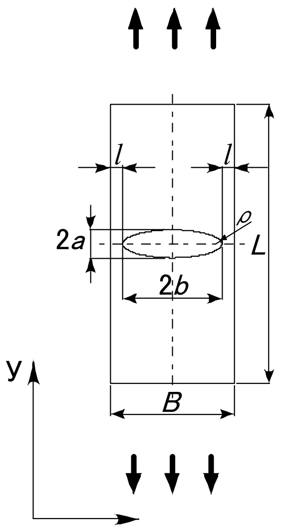

Fig.1 *Direction of x-y coordinate system for the specimen.*

$$\sigma_x=e\sigma_{x1}, \quad \tau_{xy}=\sqrt{e}\tau_{xy1}, \quad \sigma_y=\sigma_{y1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

すなわち，g=0 の場合応力場は，板の形状を **Fig. 1** の y 方向に $1/\sqrt{e}$ 倍した等方性板の応力場から求めることができる．なお e=１，g=0 の場合は，等方性板の場合に相当する．

２．２　Chiang の理論[1]

無限板および半無限板において，直交異方性材料の応力集中は,形状による効果と異方性による効果により起こり，それらは独立である．具体的には，直交異方性材料の無限板中の孔および半無限板の縁にある任意形状の切欠きの応力集中係数 $K_{t,o,\infty}$は第一近似として

$$K_{t,o,\infty}=1+F_mF_{s,\infty} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

で与えられる．

形状に関する係数 $F_{s,\infty}$は，等方性材料の無限板または半無限板の応力集中係数 $K_{t,i,\infty}$から求められ，本研究においては

$$F_{s,\infty}=\frac{K_{t,i,\infty}-1}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

とした．

一方，材料係数 F_m は，直交異方性のパラメータ e と g を用いて

$$F_m=2\sqrt{e(1+\frac{1}{4}g)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

で表わせる．

このように F_m は，および F_s は容易に求められる．したがって(3)式を用いれば，直交異方性材料の応力集中係数は，容易に求めることができる．

３．有限要素解析

３．１　解析モデルおよび解析方法

等価だ円の原理[4]により，だ円孔板の応力集中係数がわかれば，任意形状の孔の応力集中係数の近似値がわかるため,本研究では,円孔板およびだ円孔板を解析対象とする．

また Chiang の理論を有限板に適用した場合, 有限板の自由縁の存在が応力集中係数に影響を及ぼし，その結果，大きな推定誤差を生む場合があると考えられる．したがって本研究では，中央に円孔またはだ円孔を有する帯板の解析を，リガメントを変化させながら行った．荷重は，板の上下端面で一様な引張荷重を与えた．直交異方性板の応力場が，本研究の解析においては荷重方向に $1/\sqrt{e}$ 倍した等方性板の応力場に相当することと，後述のように，本解析では $\sqrt{e}$=3.54 とすること，およびサンブナンの原理[5]より板の長さは，板幅の４倍とした．

有限要素は平面応力状態を仮定し，２次の平面応力要素を用いた. 孔先端の要素の幅は, 孔先端の曲率半径 ρ の $1/50$ とした．この要素分割を用いて，中央に直径１の円孔を有する板幅 10 の平板の引張りの問題(e および g の値は 12.53 および 0 とする)を解析し，得られた応力集中係数を，高精度解と比較したところ，0.8%の誤差であり，十分な精度である．

また本研究においては，Chiang の理論の適用限界を求めるため，推定誤差が大きくなる異方性が強い場合について検討した．具体的には，繊維体積含有率 50%のカーボン繊維-エポキシ樹脂の一方向強化板を対象とした. 弾性定数を **Table 1** に示す．

Table 1 *Elastic modulus*

Material	E_x *(GPa)*	E_y *(GPa)*	G_{xy} *(GPa)*	ν_{xy}
Carbon-epoxy (unidirection)	241	7.7	6.1	0.270

４．応力集中係数の推定結果

FEM 解析により等方性板の応力集中係数 $K_{t,i}$ を求め，(4)式より形状係数 F_s を算出する．本研究では，材料係数 F_m は 7.08 と設定しているため，(3)式を用いれば Chiang の理論による直交異方性板の応力集中係数 $K_{t,o}$ が求まる．この $K_{t,o}$ を FEM 解析による応力集中係数 $K_{t,o}$ と比較して，推定

誤差を求めた．

Fig. 2 は x 軸に l/ρ，y 軸に応力集中係数の推定誤差をとり，円孔板においてリガメント l を変化させたときの誤差の挙動(グラフ中の●)，一定のリガメント l のだ円孔板において，**Fig. 1** の a/b すなわちだ円孔先端の曲率半径 ρ を変化させたときの誤差の挙動(グラフ中の■)，a/b=0.5 のだ円孔板において，リガメント l を変化させたときの誤差の挙動(グラフ中の▲)を示した．

応力集中係数を推定しただ円孔板の形状は，広範囲である．しかし **Fig. 2** からわかるように，推定誤差は，だ円孔先端の曲率半径 ρ に対するリガメント l により，近似的に整理することができる．このことについては，以下のように考えられる．

有限板の応力場は，有限板の自由縁の位置において無限板に発生している垂直応力およびせん断応力を打ち消す応力を，無限板に加えることによって得られる．この付加された応力場は，だ円孔先端付近の応力場に，新たな応力場を付加し，それが応力集中係数の違いとなる．したがって有限板の自由縁の位置において付加される垂直応力とせん断応力の大きさは，無限板と有限板の応力集中係数の違いに直接影響する．一般に，切欠き底付近の応力場は，切欠き半径 ρ と切欠き底の最大応力で無次元化すると，ほぼ一つの応力場として表される[6]．したがって有限板の応力場を得るために，自由縁に付加すべき応力場のだ円孔先端の最大応力に対する強さは，だ円孔先端の曲率半径 ρ に対するリガメント l の割合，l/ρ によってきまると考えられる．

以上のことから，**Fig. 2** において，応力集中係数の推定誤差が，l/ρ によって整理されることが理解される．

Fig. 2 においてリガメント l が孔先端の曲率半径 ρ 程度以上の場合，誤差が 10%程度以下となり，Chiang の理論が適用できるといえる．すなわち $l/\rho \geqq 1.0$ の有限板のだ円孔先端付近の応力場は，無限板のだ円孔先端付近の応力場と近似的に等しいと考えられる．

次に直交異方性のパラメータが変化した場合の誤差の挙動を知るために，直交異方性の強さをあらわす $\sqrt{e(1+1/4)g}$ の値(これまでは g=0 だったため $\sqrt{e}$ の値)はこれまでの解析と同じ 3.54 とし，e=1，g=46.1 とした場合の解析を行った．**Fig. 3** は x 軸に l/ρ，y 軸に推定誤差をとり，一定のリガメント l のだ円孔板において，a/b すなわちだ円孔先端の曲率半径 ρ を変化させたときの誤差の挙動について，パラメータが g=0，$\sqrt{e}$=3.54 の場合と g=46.1，e=1，$\sqrt{e(1+1/4)g}$=3.54 の場合について示したものである．パラメータが e=1，g=46.1，$\sqrt{e(1+1/4)g}$=3.54 の場合のほうが，誤差が大きい．したがって $g \neq 0$ の場合は，Chiang の理論の適用限界に修正が必要であることがわかる．

5．結言

本研究では，Chiang が提案した直交異方性の応力集中係数の簡便推定法を有限板に適用することを試み，同時にその適用限界について，検討した．本研究の結果を以下に示す．

1. Chiang の簡便推定法により，異方性が強い，広範囲の形状の直交異方性有限板の応力集中係数が実用上問題のない範囲で推定できる．
2. リガメントが小さくなると，推定誤差が増加するが，g=0 でリガメントが孔先端の曲率半径程度以上の場合には，誤差 10%程度の精度で応力集中係数が推定できる．
3. 直交異方性のパラメータ g が，$g=0$ の場合と $g \neq 0$ の場合では，誤差が異なり，$g \neq 0$ の場合の方が誤差が大きい．そのため $g \neq 0$ の場合には適用限界に修正が必要である．

参考文献

(1) *Chun-Ron Chiang*，*Journal of strain analysis*，vol.33 no.5，(1998)，p.395-p.398.
(2) 西田　正孝，応力集中(1973)，森北出版
(3) 池田　健，直交異方性板の平面応力に就いて，日本航空学会誌，9 巻 90 号，(1942)，p.1210-p.1211.
(4) 平野　富士夫，日本機械学会論文集，16 巻 5 号，(1950)，p.52-p.58.
(5) 村上　敬宜，弾性力学(1985)，養賢堂，p.35-p.37.
(6) 西谷　弘信，日本機械学会論文集，34 巻 259 号，(1968)，p.371-p.382.

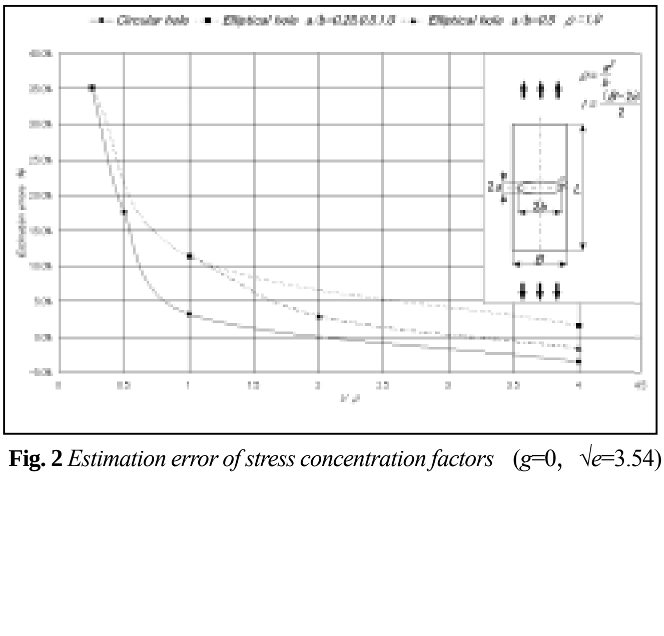

Fig. 2 *Estimation error of stress concentration factors*　(g=0，$\sqrt{e}$=3.54)

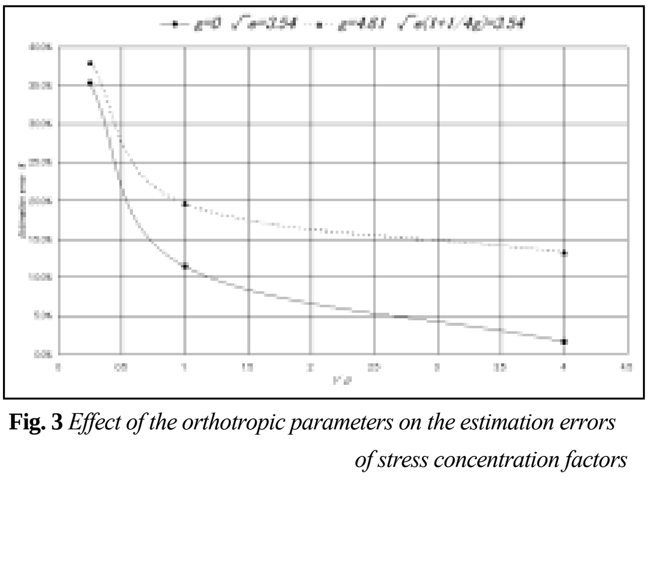

Fig. 3 *Effect of the orthotropic parameters on the estimation errors of stress concentration factors*